

복사열손실이 있는 비예혼합 튜브형 화염에 관한 수치 해석적 연구

박현수* · 유춘상*†

A Numerical Study of Opposed Nonpremixed Tubular Flames with Radiative Heat Loss

Hyun Su Bak*, Chun Sang Yoo*†

ABSTRACT

The characteristics of opposed nonpremixed tubular flames with radiation heat loss are investigated using linear stability analysis and 2-D numerical simulations. Two extinction limits, as the Damköhler number is small or large, are confirmed using finite difference method with a simple continuation method. It is verified that the results of linear stability analysis predict the number of flame cells and the critical Da starting cellular instability or amplification of temperature near both extinction limits with good resolution.

Key Words : Opposed nonpremixed tubular flame, Linear stability analysis, Cellular instability, Radiation heat loss, Oscillation

연료의 Lewis 수가 1보다 작은 비예혼합 화염의 소염 근처에서 나타나는 열-확산에 의한 셀 모양 불안정성에 대한 실험 및 수치 해석적 연구는 널리 진행되어 왔다[1-6]. 이러한 연구에는 axisymmetric jet, Wolfhard-Parker, 그리고 counterflow burner와 같은 다양한 버너가 사용되었고, 특히 비예혼합 튜브형 화염 버너는 stretch rate과 curvature의 영향이 구조상 화염에 독립적인 장점이 있어 관련 연구가 많이 진행되어왔다. 이전 실험 연구에서는 mixture strength 및 stretch rate, curvature와 같은 다양한 조건에서의 화염의 소염 및 불안정성에 대한 연구가 수행되었다[2-5]. 최근에는 선형 안정성 해석을 통해 소염 근처 열-확산 불안정성이 나타나는 임계점이나 화염셀의 개수를 예측할 수 있음을 확인하였고, 화염셀의 거동에 대한 수치 해석적 연구도 진행되었다[1]. 이처럼 다양한 조건을 가지는 비예혼합 화염에 대한 불안정성 연구가 진행되어왔지만, 복사열손실의 영향을 고려한 비예혼합 화염에 대한 연구는 많지 않다.

이러한 배경을 바탕으로, 본 연구에서는 단일 조건에서의 튜브형 화염에 대한 연구에서 더 나아가 복사열손실의 영향을 고려하여 수치해석 하였다. 복사열손실을 고려할 경우 Damköhler 수(Da)가

작은 경우와 큰 경우 두개의 소염점이 나타난다. Da 가 작을 때 나타나는 소염점, 즉 반응 속도 제한에 의한 소염점 근처에서의 불안정성 해석 결과는 복사열손실을 고려하더라도 거의 차이가 없는 것으로 알려져 있다. 반대로 Da 가 매우 커지면 화염의 온도가 증가하면서 복사열손실이 커지며 화염의 온도를 낮추게 되고 결국 소염에 이르게 한다. 따라서 본 연구에서는 복사열손실에 의한 소염 근처에서의 Da 를 가지는 화염의 일차원 해석과 선형 안정성 해석을 한 후, 결과를 바탕으로 이차원까지 확장시켜 수치해석 하였다.

복사열손실에 영향을 받는 비예혼합 튜브형 화염의 일차원 지배방정식은 연료와 산화제의 혼합 비율에 영향을 주지 않는다는 가정하에 아래와 같이 정의, 무차원화하였다.

$$u_r \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} T \\ Y_F \\ Y_O \end{pmatrix} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \begin{pmatrix} T \\ Y_F/L_F \\ Y_O/L_O \end{pmatrix} \right) \quad (1)$$

$$+ Da Y_F Y_O e^{-T_a/T} \begin{pmatrix} q \\ -\alpha_F \bar{Y}_{O_2} \\ -\alpha_O \bar{Y}_{F_1} \end{pmatrix} - Ra \begin{pmatrix} T^4 - T_\infty^4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ra 는 복사열손실과 관련된 상수이고 $Ra = 4\sigma \bar{T}_{ref}^3 p K / \tilde{\rho} c_p \tilde{\kappa}$ 로 무차원화 되었다. 여기에서 σ 는 Stefan-Boltzmann 상수이며 p 는 partial pressure, K 는 Planck mean absorption constant를 의미한다. 일반적으로 K 는 온도와 화학종에 따라 변하는 물성치지만 화염의 열 및 물질 전달

* 울산과학기술원 기계공학과

† 연락저자, csyoo@unist.ac.kr

TEL : (052)217-2322 FAX : (052)217-2409

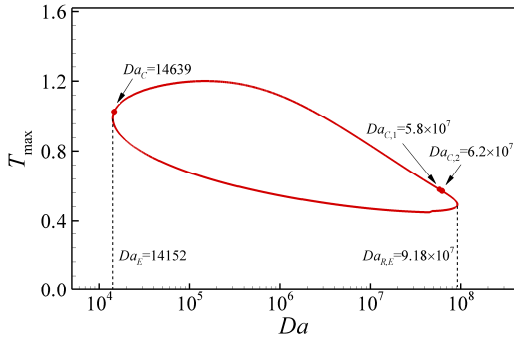


Fig. 1 The maximum flame temperature T_{\max} as functions of the Damköhler number, Da

의 불안정성에는 크게 영향을 미치지 않기에 많은 연구에서 상수로 두고 계산하고 있고[7], 본 연구에서도 해석상의 간편함을 위해 $Ra = 10^{-8} \times Da$ 로 정의하였다. T_{∞} 는 튜브형 버너의 경계온도인 0.2를 사용하였다. 이 외의 경계 조건과 초기조건은 비예혼합 튜브형 화염의 열-확산 불안정성에 대한 수치 해석적 연구에서 사용한 것과 일치한다[1].

식 (1)을 Newton-Raphson 방법을 사용하여 풀었으며, 각각의 소염점을 찾기 위해서 a simple continuation 알고리즘을 사용하였다. 해석 결과를 바탕으로 Da 에 따른 화염의 최대 온도를 Fig. 1에 도시하였다. 폐곡선의 윗부분은 실제 존재하는 안정한 화염이고, 아랫부분은 수치 해석상 존재하는 해이다. $Da = 1.5 \times 10^5$ 을 기점으로 복사열손실에 의한 영향이 커져서 화염의 온도가 Da 가 커짐에도 불구하고 내려감을 확인할 수 있다. 반응 속도 제한에 의한 소염점은 $Da_E = 14152$ 이다. 같은 조건에서 복사열손실을 고려하지 않은 튜브형 화염의 반응 속도 제한에 의한 소염점은 $Da_E = 13950$ 으로 조금 작다[1]. 이는 복사열손실에 의해 더 작은 Da 에서 화염이 존재할 순 없지만, 작은 Da 에서는 복사열손실에 큰 영향을 받지 않는다는 것을 확인하였다. 복사열손실에 의한 소염점은 $Da_{R,E} = 9.18 \times 10^7$ 이다. 소염점 근처에서의 $Ra \sim O(10^{-1})$ 로 앞선 연구[7]와의 비교를 통해 해석 모델의 타당함을 확인하였다.

이를 바탕으로 선형 안정성 해석을 하였고, 각 Da 를 가지는 화염에서 파동수에 따른 가장 큰 증가율의 실수 값을 Fig. 2에 도시하였다. 그림에서 작은 점으로 나타난 선은 복소수의 실수부를 의미한다. 증가율이 실수값면서 양수일 경우 미소교란에 의해 증폭하여 셀모양 불안정성이 나타나고, 증가율이 복소수이며 실수부가 양수일 경우, 진동하여 불안정해지는 특성을 갖는다.

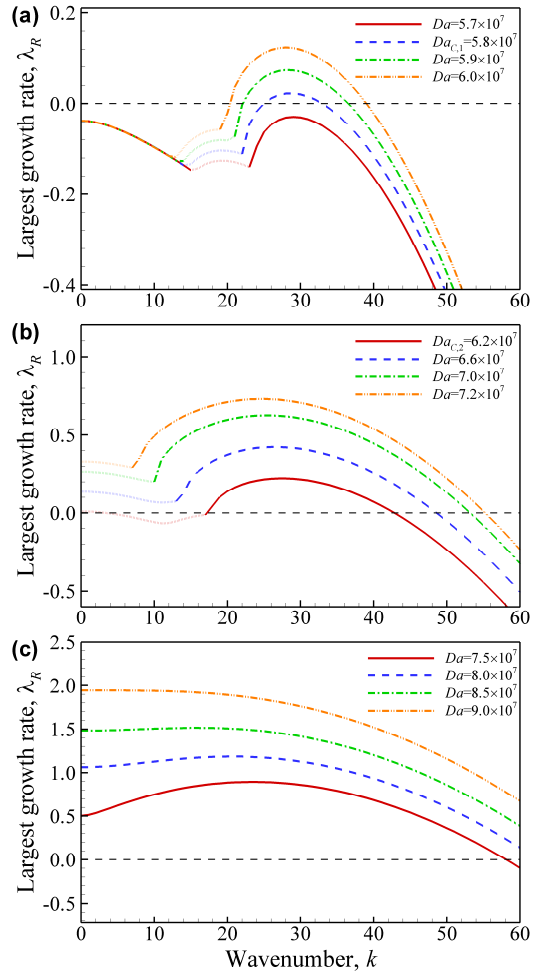


Fig. 2 Largest growth rate, λ_R , as functions of the wavenumber, k

$Da_{c1} = 5.8 \times 10^7$ 에서 처음으로 $\lambda_R > 0$ 인 영역이 약 $k = 29$ 인 부분에서 나타남을 Fig. 2 (a)에서 확인할 수 있다. 이후 Da 가 커지면서 소염점 근처로 갈수록 $\lambda_R > 0$ 영역이 확대되고 증가율이 최댓값을 가질 때의 파동수는 약간 감소함을 보인다. 그러나 Fig. 2(b)에서 반응 속도 제한에 의한 소염점 근처에서의 선형 안정성 해석과는 다르게, Da 를 더 증가시키면 $Da_{c2} = 6.2 \times 10^7$ 에서부터 증가율이 복소수가 되는 파동수 영역에서도 양수가 되는 영역이 나타남을 확인할 수 있다. 특히 $k = 0$ 일 때 $\lambda_R > 0$ 이기에 Da_{c2} 부터는 특정한 파동이 없더라도 화염은 항상 불안정하다. Da 를 더 증가시키면 $Da = 7.5 \times 10^7$ 부터 복소수값의 증가율을 가지는 파동수가 사라지며 모든 파동수에서 증가율이 실수값을 가지게 되며 $\lambda_R > 0$ 가 되는 영역과 증가율이 커짐을 Fig

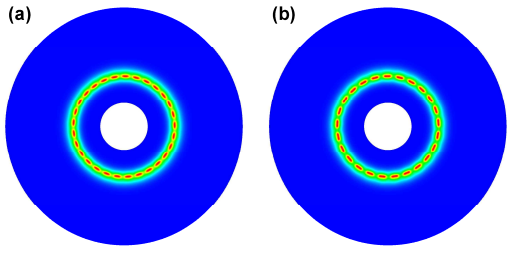


Fig. 3 Temperature isocontours using perturbed initial condition:(a) $Da_{C1}=5.8 \times 10^7$, CN=29 (b) $Da_{C2}=6.2 \times 10^7$, CN=25

2(c)를 통해 알 수 있다.

선형 안정성 해석결과를 바탕으로 이차원 지배 방정식을 수치 해석하여, 실제 비예혼합 튜브형 화염의 온도장을 시간의 흐름에 따라 관찰하였다. 초기 조건은 해당 Da 의 일차원 해석 결과를 각도 방향으로 복사한 후 온도장에 매우 작은 교란을 주는 perturbed 초기 조건을 사용하였다. 해석은 셀모양 불안정성이 기대되는 Da_{C1} 보다 작은 $Da = 5.7 \times 10^7$ 부터 10^6 씩 증가시키며 해석하였다.

화염은 시작점 $Da = 5.7 \times 10^7$ 에선 셀모양 불안정성이 나타나지 않았고, Da_{C1} 부터 화염셀이 나타났다. 그 후 Da_{C2} 를 지난 $Da = 6.3 \times 10^7$ 부터 진동하다가 소멸했다. 이를 통해 복사열손실에 의한 소멸점 근처의 선형 안정성 해석 결과도 셀모양 불안정성을 잘 예측함을 확인하였다.

해석 결과 중 임계점 Da_{C1} 과 Da_{C2} 의 정상상태일 때 온도장을 Fig. 3에 각각 도시하였다. Da_{C1} 에서의 화염셀 개수는 29개로 최대 증가율을 가지는 파동수, $k = 29$, 와 일치했다. 그러나 Da_{C2} 에서의 화염셀 개수는 25개로 그 때의 최대 증가율을 가지는 파동수, $k = 27$,와는 약간의 차이를 보였다. 이는 Da 가 커지면서 $\lambda_R > 0$ 인 영역이 넓어지고 최대 증가율을 가지는 파동수 근처의 파동수들 역시 비슷하게 높은 증가율을 갖기 때문인 것으로 사료된다.

튜브형 화염이 $Da = 6.3 \times 10^7$ 부터 소멸되는 현상을 파악하고 화염의 진동 특성을 해석하기 위해 시간에 따른 화염의 최대 온도를 Fig. 4에 도시하였다. Fig. 4(a)는 $Da_{C1} \leq Da \leq Da_{C2}$ 일 때 셀모양 불안정성이 나타난 화염들의 진행 과정을 보여준다. Da_{C1} 의 경우 그림에는 보이지 않지만 약 $t = 1200$ 이후 온도가 급격히 상승하여 화염셀이 생성됨을 보인다. Da_{C1} 부터 Da_{C2} 전까지 모든 화염의 초기에 짧게 온도가 진동한 후 일정해진다. 그리고 어느 정도 시간이 흐른 후 화염셀이 나타나면서 급격하게 온도가 상승하고 정상상태로 유지된다. 화염셀이 나타나는 시간은

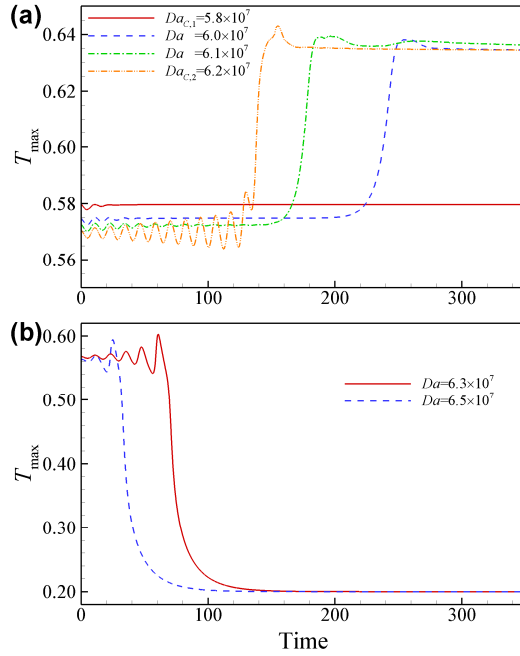


Fig. 4 Temperature isocontours using perturbed initial condition:(a) $Da_{C1}=5.8 \times 10^7$, CN=29 (b) $Da_{C2}=6.2 \times 10^7$, CN=25

Da 가 클수록 짧아지는 경향을 보이는데 선형 안정성 해석 결과를 통해 Da 가 커질수록 $\lambda_R > 0$ 영역이 넓어짐으로 타당함을 보인다. 화염이 진동하는 시간은 Da 가 커질수록 점점 길어지지만 진폭이 커지진 않는다. 하지만 Da_{C2} 가 됐을 때, 화염셀이 만들어지기 전에 진폭이 꾸준히 증가하다가 화염셀이 생기며 정상상태로 화염이 유지된다. 이는 선형 안정성 해석의 결과와 일치하는데, 복소수의 실수부가 양수가 되는 영역이 나타나면 시간에 따라 화염이 진동하는 특성을 보이기 때문이다.

그러나 Da_{C2} 를 넘어서 $Da = 6.3 \times 10^7$ 부터 진폭이 매우 커져 화염이 버티지 못하고 소멸해버리는데 이를 Fig. 4(b)를 통해 알 수 있다. Da 가 커지면 복사열손실이 더 커져서 화염이 소멸되는 시간이 줄어드는 경향을 보인다. 이는 Da 가 너무 커져서 복소수의 실수부분이 양수가 되는 영역이 넓어지고 그 증가율이 화염이 버틸 수 없을 정도로 크기 때문으로 보인다.

본 연구에서는 복사열손실에 영향을 받는 비예혼합 튜브형 화염에 대하여 수치 해석하였다. 일차원 지배방정식을 차별화하고 Newton-Raphson 방법을 사용하여 풀고, a simple continuation 알고리즘을 통해 두개의 다른 소멸점을 찾았다. 반응 속도 제한에 의한 소멸점 근처의 해는 단열조

건으로 해석하였을 때와 큰 차이가 없으므로 복사열손실에 의한 소염점 근처에서 선형 안정성 해석을 하였다. 이를 통해 셀모양 불안정성과 화염 진동이 나타나는 임계점($Da_{C,1}$, $Da_{C,2}$)을 예측하였다. 이를 확인하기 위해 이차원으로 확장한 후 수치 해석하였고, 선형 안정성 해석결과가 복사열손실에 의한 소염점 근처에서도 임계점과 화염셀의 개수를 잘 예측함을 보였다. 그러나 Da 가 너무 크면 화염이 온도변화의 편차를 버티지 못하고 소멸됨을 확인하였다.

후 기

본 연구는 미래창조부 우주핵심기술개발사업의 일환(NRF-2015M1A3A3A02027319)으로 수행되었으며 UNIST 슈퍼컴퓨팅 센터 자원을 사용하였다.

참고 문헌

- [1] H. S. Bak, S. R. Lee, J. H. Chen, C. S. Yoo, *Combust. Flame* 162, 2015, 4612-4621.
- [2] S. Hu, P. Wang, R. W. Pitz, *Proc. Combust. Inst.*, 31, 2007, 1093-1099.
- [3] S. Hu, R. W. Pitz, *Combust. Flame* 156, 2009, 51-61.
- [4] S. Hu, R. W. Pitz, Y. Wang, *Combust. Flame* 156, 2009, 90-98.
- [5] S. W. Shopoff, P. Wang, R. W. Pitz, *Combust. Flame* 158, 2011, 876-884, 2165-2177.
- [6] M. Short, J. Buckmaster, S. Kochevets, *Combust. Flame* 125, 2001, 893-905.
- [7] C. H. Sohn, J. S. Kim, S. H. Chung, K. Maruta, *Combust. Flame*, 123, 2000, 95-106